TALLER DEL CENTRO DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

Modelación de Datos con Wolfram *Mathematica*

Guillermo Romero Meléndez
Departamento de Actuaría, Física y Matemáticas

■ 1. AJUSTE DE DATOS POR FUNCIONES

EJEMPLO: Ajustar los siguientes datos (puntos en el plano) por una curva representada por una función polinómica de grado 6

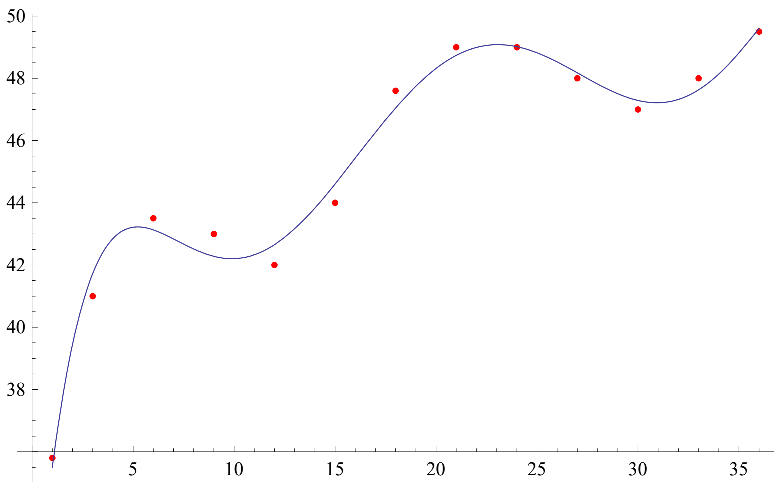
```
In[5]:= data2 = {{1, 35.8}, {3, 41}, {6, 43.5}, {9, 43}, {12, 42},
          {15, 44}, {18, 47.6}, {21, 49}, {24, 49}, {27, 48}, {30, 47}, {33, 48},
          {36, 49.5}}

Out[5]= {{1, 35.8}, {3, 41}, {6, 43.5}, {9, 43}, {12, 42}, {15, 44},
          {18, 47.6}, {21, 49}, {24, 49}, {27, 48}, {30, 47}, {33, 48}, {36, 49.5}}

In[6]:= line = Fit[data2, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x]
```

Out[6]= $29.2979 + 7.56823\,x - 1.48995\,x^2 + 0.131991\,x^3 - 0.00562786\,x^4 + 0.000113868\,x^5 - 8.7829\times 10^{-7}\,x^6$

```
In[7]:= f[x_] := 29.297883602840187` + 7.568231162399459` x -
          1.4899515754696337` x^2 + 0.1319906170068582` x^3 - 0.00562786436360602` x^4 +
          0.00011386816550993132` x^5 - 8.782900248385134`*^-7 x^6
```

In[8]:=
```
Show[ListPlot[data2, PlotStyle → Red], Plot[line, {x, 1, 36}]]
```

Out[8]=



■ 2. DERIVADA, PUNTOS CRITICOS, INTERVALOS DE MONOTONÍA, MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Calculando la primera derivada de la función:

In[9]:=
```
D[f[x], x]
```

Out[9]= $7.56823 - 2.9799\,x + 0.395972\,x^2 - 0.0225115\,x^3 + 0.000569341\,x^4 - 5.26974 \times 10^{-6}\,x^5$

Puntos críticos (donde la derivada es cero o no existe):

In[10]:=
```
Solve[D[f[x], x] == 0, x]
```

Out[10]= $\{\{x \to 5.22809\}, \{x \to 9.8926\}, \{x \to 23.0626\}, \{x \to 30.9369\}, \{x \to 38.9194\}\}$

Intervalos donde la función es creciente (derivada positiva)

In[11]:=
```
Reduce[D[f[x], x] > 0, x]
```

Out[11]= $x < 5.22809 \,||\, 9.8926 < x < 23.0626 \,||\, 30.9369 < x < 38.9194$

Intervalos donde la función es decreciente (derivada negativa)

```
Reduce[D[f[x], x] < 0, x]
```

$5.22809 < x < 9.8926 \,||\, 23.0626 < x < 30.9369 \,||\, x > 38.9194$

Por el criterio de la primera derivada:
Si f tiene un máximo local en un punto crítico, la derivada cambia de signo de + a - (antes del punto y después del punto).
Si f tiene un mínimo local en un punto crítico, la derivada cambia de signo de - a + (antes del punto y después del punto).
Por lo tanto:
Los siguientes valores de la función son máximos locales:

```
f[5.22809]
```

43.2242

```
f[23.0626]
```

49.0819

Los siguientes valores de la función son mínimos locales:

```
f[9.8926]
```

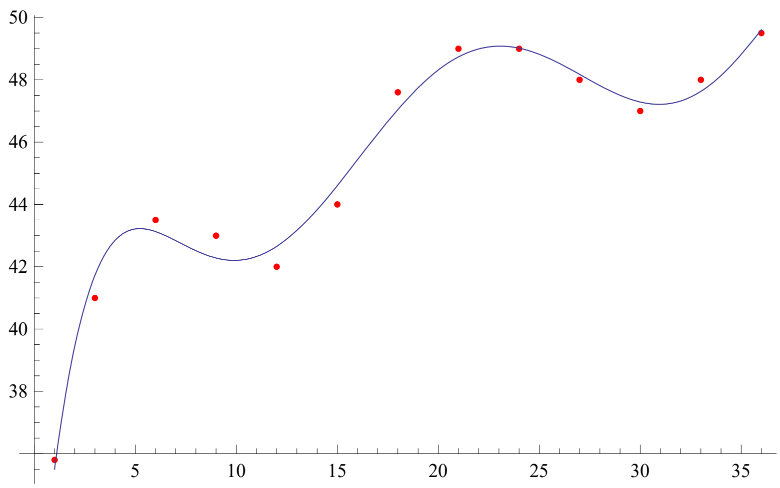
42.2044

```
f[30.9669]
```

47.2141

Observamos que los resultados obtenidos concuerdan con la gráfica de la función:

```
Show[ListPlot[data2, PlotStyle → Red], Plot[line, {x, 1, 36}]]
```



■ 3. CONCAVIDAD Y PUNTOS DE INFLEXIÓN

La concavidad la determina el signo de la segunda derivada, si es positivo la gráfica es cóncava hacia arriba y si es negativo es cóncava hacia abajo.

La segunda derivada de la función es:

```
D[f[x], {x, 2}]
```

$-2.9799 + 0.791944\,x - 0.0675344\,x^2 + 0.00227736\,x^3 - 0.0000263487\,x^4$

Los candidatos a puntos de inflexión (donde la segunda derivada de la función es cero) son:

```
Solve[D[f[x], {x, 2}] == 0, x]
```

{{x → 7.1976}, {x → 16.0713}, {x → 27.1443}, {x → 36.0186}}

Los intervalos donde la segunda derivada es positiva (concavidad hacia arriba) son:

```
Reduce[D[f[x], {x, 2}] > 0, x]
```

7.1976 < x < 16.0713 || 27.1443 < x < 36.0186

Los intervalos donde la segunda derivada es negativa (concavidad hacia abajo) son:

```
Reduce[D[f[x], {x, 2}] < 0, x]
```

```
x < 7.1976 || 16.0713 < x < 27.1443 || x > 36.0186
```

Observamos que los puntos de inflexión (donde cambia la concavidad) se encuentran en x = 7.1976, 16.0713, 27.1443, y son los puntos:

```
{7.1976, f[7.1976]}
```

```
{7.1976, 42.7727}
```

```
{17.0713, f[17.0713]}
```

```
{17.0713, 46.3217}
```

```
{27.1413, f[27.1413]}
```

```
{27.1413, 48.1238}
```