UDLAP®

Fracciones elevadas a un exponente entero

Cuando queremos elevar un número cualquiera x a un exponente entero positivo n significa que vamos a multiplicar n veces por sí mismo el número x, es decir, $x^n = \underbrace{(x)(x)\dots(x)}_{n \text{ veces}}$

Ejemplo: Si queremos saber cuánto es 2^4, entonces hacemos $(2)(2)(2)(2) = 16$

Y si queremos calcular $(-3)^3$, hacemos

$$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$$

¿Qué ocurre si queremos calcular $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ donde n es un número entero positivo y $b \neq 0$? Usando la manera de multiplicar fracciones obtenemos

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)\dots\left(\frac{a}{b}\right)}_{n \text{ veces}} = \frac{\overbrace{(a)\dots(a)}^{n \text{ veces}}}{\underbrace{(b)\dots(b)}_{n \text{ veces}}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

Calcule $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)}_{3 \text{ veces}} = \frac{\overbrace{(2)(2)(2)}^{3 \text{ veces}}}{\underbrace{(5)(5)(5)}_{3 \text{ veces}}} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

¿Qué sucede si queremos elevar un número real x a un exponente entero negativo y $x \neq 0$? Para empezar recuerde qué significa x^{-1} cuando $x \neq 0$. El recíproco de un número x, donde $x \neq 0$, es $x^{-1} = \frac{1}{x}$, también llamado inverso multiplicativo.

Así $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ donde $a \neq 0$ y $b \neq 0$, es decir, el recíproco de la fracción $\frac{a}{b}$.

Veamos entonces qué es en general $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$. Recuerde que $-n = (-1)(n)$ y por leyes de exponentes $x^{(-1)(n)} = (x^{-1})^n$. Así $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

Ejemplo: Calcule $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

Observación 1. *Existe una convención acerca de qué significa* x^0*, la convención es* $x^0 = 1$*.*